SEMESTRAL

UNI

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

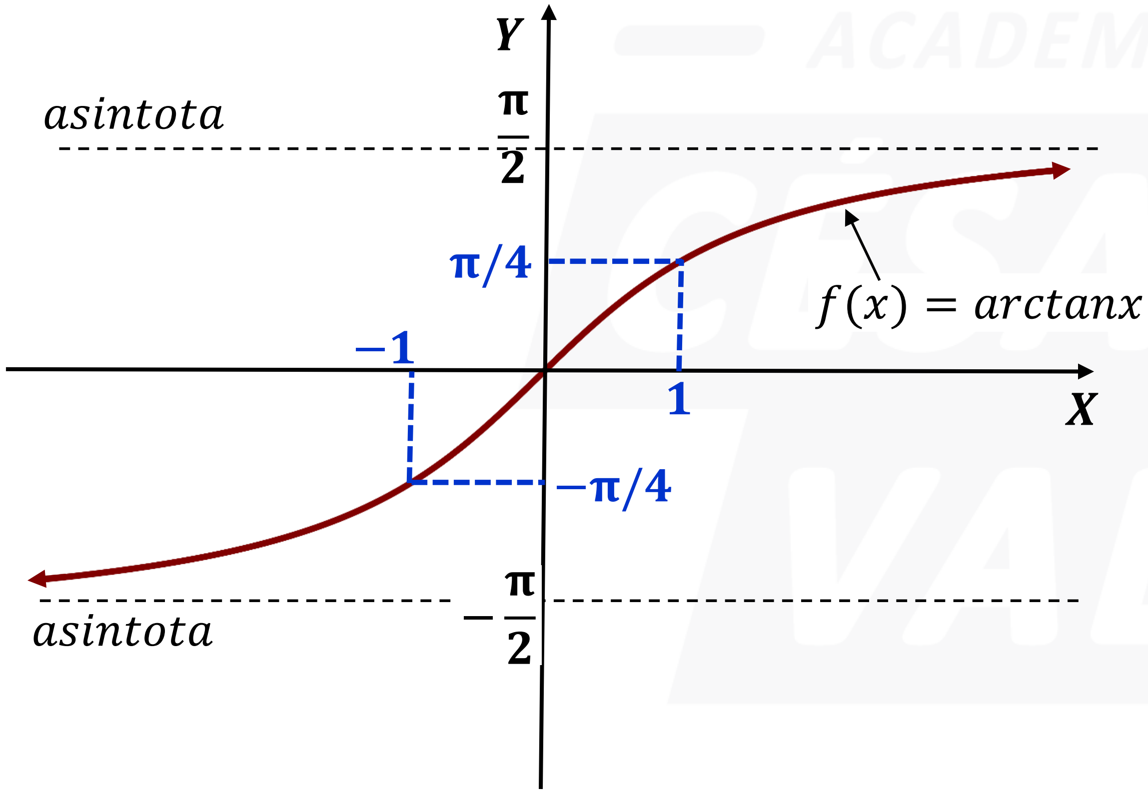
ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

TRIGONOMETRÍA

Tema: Funciones inversas II

FUNCIÓN ARCO TANGENTE

$$y = \arctan x$$



CARACTERÍSTICAS :

- *Dominio de la función*: $x \in \mathbb{R}$
- *Rango de la función*:

$$\arctan x \in \left\langle -\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right\rangle$$

- *Es una función creciente*

$$si\ a < \boldsymbol{x} < b$$

$$\rightarrow \arctan(a) < \arctan(\boldsymbol{x}) < \arctan(b)$$

- *función impar*: $\arctan(-x) = -\arctan x$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

(UNI 2012-II)

Sea f una función definida por

$$f(x) = |\text{arcsen}x| + |\text{arctan}x|$$

Determine el rango de f.

A) $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ B) $\left[\, 0; \frac{\pi}{2} \right\rangle$

C) $\left[0; \frac{3\pi}{4}\right]$ D) $\left[\, 0; \frac{3\pi}{4} \right\rangle$

E) $[0; \pi\rangle$

RESOLUCIÓN

$$f(x) = \underbrace{|\text{arcsen}x|}_{x \in [-1;1]} + \underbrace{|\text{arctan}x|}_{x \in R}$$

Intersectando: $\text{Dom}_f = [-1; 1]$

también: $f(-x) = f(x)$

$f(x)$ *es función PAR*; $-1 \leq x \leq 1$

solo trabajamos para $0 \leq x \leq 1$

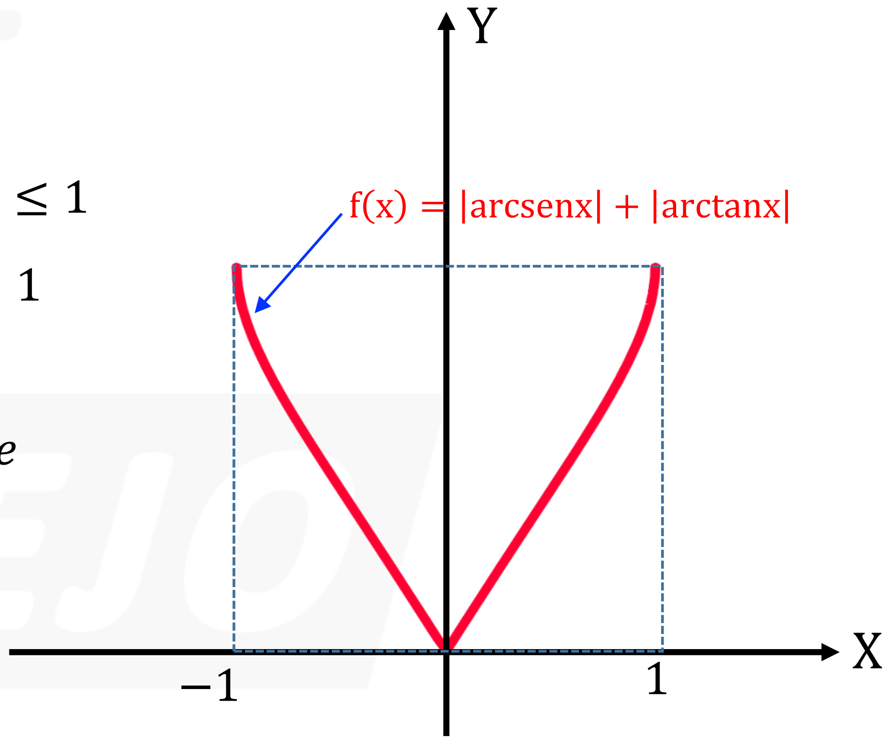
$f(x) = \text{arcsen}x + \text{arctan}x$

$f(x)$ *es una función creciente*

$f(0) \leq f(x) \leq f(1)$

$$\mathbf{0 \leq f(x) \leq \frac{3\pi}{4}}$$

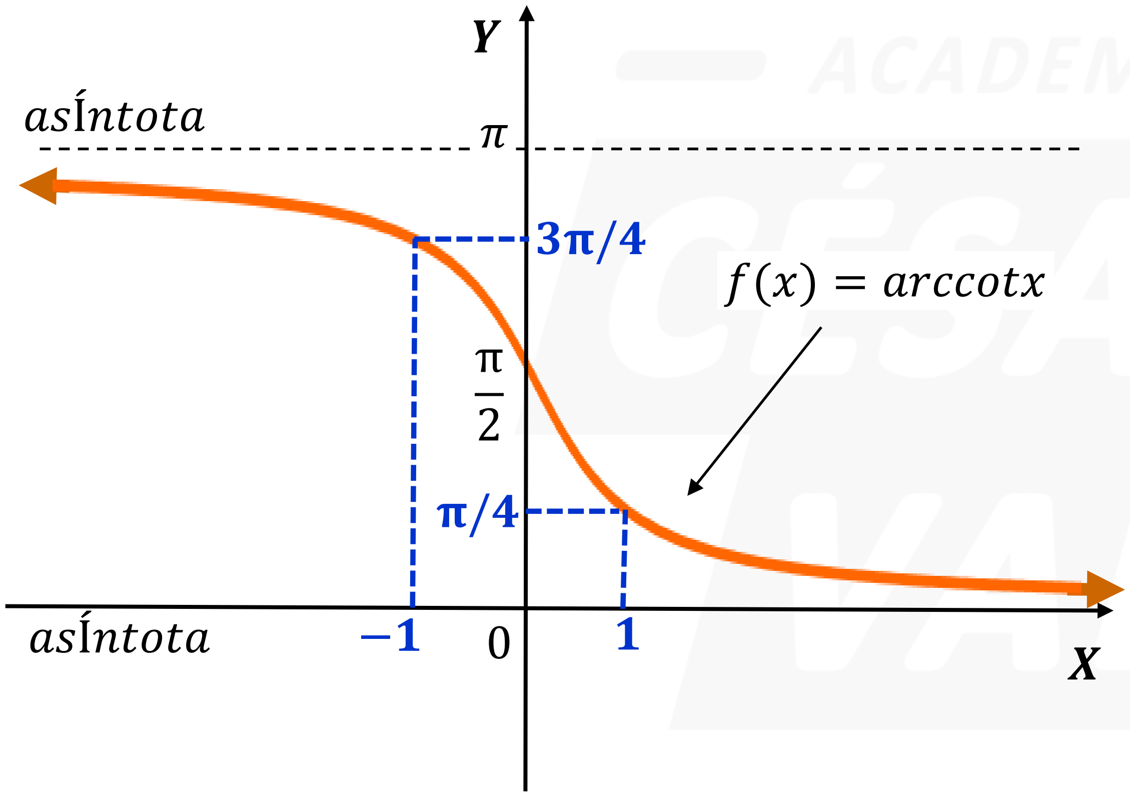
$$Ran_f = \left[0; \frac{3\pi}{4}\right]$$



ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

FUNCIÓN ARCO COTANGENTE

$y = \text{arccot}x$



CARACTERÍSTICAS :

- *Dominio de la función:* $x \in \mathbb{R}$
- *Rango de la función:* $arccotx \in \langle 0; \pi \rangle$
- *Es una función decreciente*

  $si\ a < \boldsymbol{x} < b$

  $\rightarrow arccot(b) < arccot(\boldsymbol{x}) < arccot(a)$
- No es función Par ni Impar

UNI 2011-I

Sea la función f, definida por:

f(x) = arccos(x) + arccot(x) , cuyo rango es [m; M]

Determine el valor de $\frac{M}{m}$

A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9

RESOLUCIÓN

$$f(x) = \underbrace{\arccos(x)}_{x \in [-1;1]} + \underbrace{\text{arccot}(x)}_{x \in \mathbb{R}}$$

intersectando: $\mathbf{x \in [-1; 1]}$ ... *dominio*

cálculo del rango:

$$f(x) = \underbrace{\arccos(x)}_{decreciente} + \underbrace{\text{arccot}(x)}_{decreciente} \rightarrow \mathbf{f(x)\ es\ decreciente}$$

$$\rightarrow \mathbf{f(1) \le f(x) \le f(-1)}$$

$$\rightarrow \arccos(1) + \text{arccot}(1) \le \mathbf{f(x)} \le \arccos(-1) + \text{arccot}(-1)$$

$$0 + \left(\frac{\pi}{4}\right) \le \mathbf{f(x)} \le \pi + \left(\frac{3\pi}{4}\right)$$

$$\frac{\boldsymbol{\pi}}{\mathbf{4}} \le \mathbf{f(x)} \le \frac{\mathbf{7\pi}}{\mathbf{4}} \rightarrow \mathbf{R_f} = \left[\frac{\boldsymbol{\pi}}{\mathbf{4}}; \frac{\mathbf{7\pi}}{\mathbf{4}}\right] = [m; M]$$

$$m = \frac{\pi}{4}; \quad M = \frac{7\pi}{4}$$

$$\therefore \frac{M}{m} = 7$$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

UNI 2020-I

Determine el valor de x, si se cumple que

$$\arctan\left(x+\sqrt{5}\right)+\operatorname{arccot}(5x-2)=\frac{\pi}{2}$$

A) $\left(2+\sqrt{5}\right)$

B) $\frac{1}{2}\left(2+\sqrt{5}\right)$

C) $\frac{1}{2}\left(2-\sqrt{5}\right)$

D) $\frac{1}{4}\left(2+\sqrt{5}\right)$

E) $\frac{1}{6}\left(2-\sqrt{5}\right)$

RESOLUCIÓN

$$\arctan\left(x+\sqrt{5}\right)+\operatorname{arccot}(5x-2)=\frac{\pi}{2}$$

Haciendo:

$$\arctan\left(x+\sqrt{5}\right)=\alpha \qquad \operatorname{arccot}(5x-2)=\theta$$

$$\rightarrow \tan\alpha=\left(x+\sqrt{5}\right) \qquad \rightarrow \cot\theta=5x-2$$

También:

$$\alpha+\theta=\frac{\pi}{2}\rightarrow \alpha+\theta=90^\circ$$

Propiedad:

$$\tan\alpha=\cot\theta$$

$$x+\sqrt{5}=5x-2$$

$$x=\frac{1}{4}(2+\sqrt{5})$$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR VALLEJO

GRACIAS

SÍGUENOS:

academiacesarvallejo.edu.pe